

# Mô hình tính toán dòng chảy và vận tải bùn cát ba chiều trong sông và kênh hở

Lê Song Giang\*, Trần Thị Mỹ Hồng

## TÓM TẮT

Mô hình toán là một công cụ hữu ích trong nghiên cứu dòng chảy và vận tải bùn cát, bồi xói lòng dẫn và được xây dựng dựa trên việc giải các phương trình vi phân cơ bản. Mô hình toán có nhiều cấp độ khác nhau và mô hình 3 chiều là cấp độ cao nhất, cho phép mô phỏng chi tiết dòng chảy và quá trình vận tải bùn cát trong không gian 3 chiều. Bài báo này trình bày một sơ đồ tính toán dòng chảy và vận tải bùn cát ba chiều trong kênh hở. Mục nước và vận tốc dòng chảy được giải từ phương trình chuyển động ba chiều với giả thuyết thủy tĩnh. Nồng độ bùn cát lơ lửng, bùn cát đáy và diễn biến đáy được giải từ các phương trình vận tải. Các phương trình vi phân cơ bản được viết trong hệ tọa độ biến đổi "sigma" và được giải theo phương pháp thể tích hữu hạn trên lưới phi cấu trúc phần tử tứ giác. Đối với dòng chảy điều kiện biên mực nước hoặc lưu lượng sẽ được áp đặt trên các biên hở. Đối với bùn cát lơ lửng nồng độ bùn cát trên biên được áp đặt trong pha chảy vào và điều kiện thoát tự do được sử dụng trong pha chảy ra. Sơ đồ tính toán được kiểm tra với bài toán vận tải bùn cát trong kênh cong được nghiên cứu bằng thực nghiệm bởi Odgaard và Bergs. Kết quả tính toán khá phù hợp với số liệu đo. Nhằm kiểm tra khả năng ứng dụng thực tế, sơ đồ tính toán mới cũng được kiểm tra với bài toán vận tải bùn cát trên sông Đồng Nai tại khu vực Cù lao Phố. Để giải quyết vấn đề điều kiện biên thủy lực của bài toán này, mô hình khu vực Cù Lao Phố được tích hợp vào mô hình hệ thống sông Sài Gòn – Đồng Nai. Kết quả tính diễn biến lòng dẫn khu vực cù lao Phố trên sông Đồng Nai cũng cho thấy phương pháp tính toán này cho kết quả phù hợp với quy luật và hoàn toàn có thể sử dụng trong nghiên cứu thực tế.

**Từ khóa:** mô hình 3D, vận tải bùn cát, lưới phi cấu trúc, tọa độ "sigma"

## GIỚI THIỆU

Tính toán dòng chảy và vận tải bùn cát là một trong các bài toán phổ biến trong thủy lực. Đối với các trường hợp đơn giản, người ta có thể dùng mô hình 1D hoặc 2D. Tuy nhiên đối với các bài toán phức tạp, nơi dòng chảy có cấu trúc 3 chiều với các dòng thứ cấp xuất hiện rõ rệt thì chỉ có mô hình 3D mới đủ độ tin cậy. Gần đây, một số mô hình 3D đã được công bố. Van Rijn đã giải phương trình vận tải bùn cát lơ lửng 3D trong khi dòng chảy 3D nhận được từ lời giải 2D cùng với giả thiết phân bố theo quy luật logarithm trên phương thẳng đứng<sup>1</sup>. Lin và Fancouer giải phương trình Navier-Stokes trung bình hóa Reynolds và phương trình vận tải bùn cát lơ lửng bằng phương pháp sai phân hữu hạn trên lưới cố định theo phương thẳng đứng<sup>2</sup>. Wu và các tác giả đã xây dựng một phương pháp tính dựa trên việc giải bằng phương pháp thể tích hữu hạn phương trình Navier-Stokes bình hóa Reynolds và phương trình vận tải bùn cát lơ lửng trung<sup>3</sup>. Tuy nhiên lưới tính của các thuật giải này chưa đủ mềm dẻo để mô phỏng tốt các bài toán có hình học phức tạp. Ngoài ra thuật giải cũng không hoàn toàn thích hợp để xây dựng mô hình tích hợp.

Trong bài báo này, một phương pháp tính toán dòng chảy và vận tải bùn cát 3D khác được giới thiệu. Dòng chảy được giải từ phương trình 3 chiều với giả thiết thủy tĩnh. Các phương trình được giải theo phương pháp thể tích hữu hạn trên lưới phi cấu trúc và trực thăng đứng biến đổi sigma. Phương pháp đã được áp dụng tính toán thử nghiệm với bài toán kênh cong 180° được nghiên cứu bằng thực nghiệm bởi Odgaard và Bergs<sup>4</sup> và bài toán bồi xói khu vực Cù lao Phố trên sông Đồng Nai.

## MÔ HÌNH TOÁN

### Phương trình cơ bản

Mực nước và vận tốc của dòng chảy được giải từ phương trình chuyển động ba chiều với giả thiết thủy tĩnh<sup>5</sup>. Trong hệ tọa độ biến đổi "sigma", phương trình được viết:

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \nabla_{\sigma}(\mathbf{q}) + \frac{\partial q_{\sigma}}{\partial \sigma} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \nabla_{\sigma}[\mathbf{q}\mathbf{U} - DA_H \nabla_{\sigma} \mathbf{U}] + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ q_{\sigma} \mathbf{U} - \frac{A_V}{D} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \sigma} \right] = -gD \nabla_{\sigma} \eta + D\mathbf{F} \quad (2)$$

**Trích dẫn bài báo này:** Giang L S, Mỹ Hồng T T. **Mô hình tính toán dòng chảy và vận tải bùn cát ba chiều trong sông và kênh hở.** *Sci. Tech. Dev. J. - Sci. Earth Environ.*; 3(1):23-36.

Trường Đại học Bách khoa,  
ĐHQG-HCM

### Liên hệ

**Lê Song Giang**, Trường Đại học Bách khoa,  
ĐHQG-HCM

Email: lsgiang@yahoo.com

### Lịch sử

- Ngày nhận: 06-11-2018
- Ngày chấp nhận: 30-5-2019
- Ngày đăng: 22-6-2019

### DOI:

<https://doi.org/10.32508/stdjsec.v3i1.508>



### Bản quyền

© ĐHQG Tp.HCM. Đây là bài báo công bố mở được phát hành theo các điều khoản của the Creative Commons Attribution 4.0 International license.



Nồng độ bùn cát lơ lửng được giải từ phương trình vận tải<sup>1,3</sup>. Cũng trong hệ tọa độ biến đổi “sigma”, phương trình được viết:

$$\frac{\partial q_C}{\partial t} + \nabla_{\sigma} [q_C - HD_H \nabla_{\sigma} C] + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ (q_{\sigma} - w_{s0}) C - \frac{D_V}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right] = 0 \quad (3)$$

Diễn biến đáy được giải từ phương trình<sup>3</sup>:

$$(1 - P) \rho_C \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial (bc_b)}{\partial t} + \nabla \mathbf{q}_b = (D_b - E_b) \quad (4)$$

Trong các phương trình trên:  $\eta$  - mực nước;  $\mathbf{U} = [u_x, u_y]^T$  - hai thành phần vận tốc của dòng chảy trên phương ngang;  $\boldsymbol{\omega}$  - thành phần vận tốc trên phương thẳng đứng “sigma”;  $\mathbf{q} = [q_x, q_y]^T = D\mathbf{U}$  và  $q_{\sigma} = D\boldsymbol{\omega}$  D - độ sâu;  $\nabla_{\sigma}$  - toán tử vi phân trên mặt phẳng “sigma”;  $\mathbf{F}$ - vector ngoại lực;  $A_H$  và  $A_V$  - độ nhớt rối; C - nồng độ bùn cát lơ lửng trong cột nước;  $q_C = DC$   $w_{s0}$  - vận tốc lắng;  $z_b$  - cao độ đáy;  $\rho_C$  - khối lượng riêng hạt bùn cát; P - hệ số rỗng;  $c_b$  - nồng độ bùn cát trong tầng đáy; b - bề dày tầng đáy;  $q_b = [q_{bx}, q_{by}]^T$  vector lưu lượng đơn vị của bùn cát đáy;  $D_b$  và  $E_b$  - suất lắng và xói của bùn cát tại tầng đáy (ở cách đáy một khoảng là b);  $D_H$  và  $D_V$  - hệ số khuếch tán rối. Độ nhớt rối ngang,  $A_H$ , được tính theo Smagorinsky<sup>6</sup>:

$$A_H = C \Delta x \Delta y \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]^{0.5} \quad (5)$$

Hệ số C nằm trong khoảng 0,01 - 0,5. Độ nhớt rối theo phương đứng,  $A_V$ , được tính theo mô hình Prandtl-Kolmogorov (1942)<sup>7,8</sup>:

$$A_V = C'_{\mu} L \sqrt{k} \quad (6)$$

Trong đó  $C'_{\mu}$  - hằng số mô hình, xác định trong quá trình hiệu chỉnh mô hình; L - chiều dài xáo trộn; k - động năng rối. Các thông số này được lấy theo Davies và Gerritsen<sup>9</sup> như sau:

$$k = \frac{1}{\sqrt{c_{\mu}}} \left[ (u^b)^2 (h) + (u^s)^2 (1-h) \right] \quad (7)$$

$$L = \kappa D (1-h) \sqrt{h} \quad (8)$$

Với  $c_{\mu} = 0,09$  - hằng số mô hình;  $\kappa = 0,4$  - hằng số Karman;  $u^s$  - vận tốc ma sát trên mặt nước;  $u^b$  - dạng sửa chữa của vận tốc ma sát đáy  $u_{*b}$  trong đó  $u^b = \max(\bar{u}_*, u_{*b}) \bar{u}$  - giá trị trung bình của các vận tốc ma sát tính từ vận tốc tại các mắt lưới trên đường thủy trực nếu biên dạng vận tốc là logarit; và  $h = (\eta - z)/D$ - độ sâu tương đối.

Hệ số khuếch tán rối được lấy bằng với độ nhớt rối. Đối với bùn cát rời, suất lắng và xói bùn cát ở độ cao b,  $D_b$  và  $E_b$ , được tính<sup>3</sup>:

$$D_b - E_b = w_{s0} (c_b - c_{b,e}) \quad (9)$$

Trong đó  $c_b$  và  $c_{b,e}$  - nồng độ bùn cát và nồng độ bùn cát bão hoà ở mặt phân cách lớp đáy. Theo Van Rijn<sup>1,10,11</sup>, lưu lượng bùn cát đáy,  $q_b$ , và nồng độ bùn cát bão hoà,  $c_{b,e}$ , được tính:

$$q_b = 0.053 \rho_C [(s-1)g]^{0.5} d_{50}^{1.5} D_*^{-0.3} T^{2.1} \quad (10)$$

$$c_{b,e} = 0.015 \rho_C \frac{d_{50}}{b} \frac{T^{1.5}}{D_*^{0.3}} \quad (11)$$

Với:

$$T = (\tau_b - \tau_{cr}) / \tau_{cr} \quad (12)$$

$$D_* = d_{50} \left[ (s-1) \frac{g}{\nu^2} \right]^{1/3} \quad (13)$$

Trong đó:  $d_{50}$  - đường kính hạt 50%; s - tỷ trọng hạt;  $\tau$  và  $\tau_{cr}$  - ứng suất tiếp đáy và ứng suất tiếp đáy ngưỡng (xác định từ đồ thị Shield).

Đối với bùn cát kết dính, suất xói,  $E_b$ , và lắng,  $D_b$ , được tính theo Hayter và Mehta<sup>12</sup> và Krone<sup>13</sup>:

$$E_b = \varepsilon \left( \frac{\tau_b}{\tau_{\varepsilon}} - 1 \right) \quad (14)$$

$$D_b = w_{s0} C \left( 1 - \frac{\tau_b}{\tau_d} \right) \quad (15)$$

Trong đó:  $\varepsilon$  - hệ số xói;  $\tau_b$  - ứng suất tiếp đáy;  $\tau_{\varepsilon}$  - ứng suất tiếp đáy ngưỡng xói;  $\tau_d$  - ứng suất tiếp đáy ngưỡng bồi.

### Điều kiện biên

Trên biên hồ diễn biến lưu lượng hoặc mực nước sẽ được áp đặt. Đối với nồng độ bùn cát lơ lửng, trong pha chảy vào, nồng độ bùn cát được áp đặt. Còn trong pha chảy ra, điều kiện thoát tự do được sử dụng<sup>1</sup>:

$$\partial C / \partial n = 0 \quad (16)$$

Trên biên kín, điều kiện không thấm thấu được sử dụng.

Trên mặt thoáng ( $\sigma = 0$ ), các điều kiện biên sau được sử dụng<sup>1,5</sup>:

$$\boldsymbol{\omega} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{A_V}{D} \left[ \frac{\partial u}{\partial \sigma}, \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right] = - (\tau_{0x}, \tau_{0y}) / \rho_0 \quad (18)$$

$$w_{s0} C + \frac{D_V}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0 \quad (19)$$

Còn tại đáy ( $\sigma = -1$ )<sup>1,5</sup>:

$$\omega = 0 \quad (20)$$

$$\frac{A_V}{D} \left[ \frac{\partial u}{\partial \sigma}, \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right] = C_D (u^2 + v^2)^{0.5} (u, v) \quad (21)$$

$$-\left( w_{s0} C + \frac{D_V}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right) = E_b - D_b \quad (22)$$

Trong đó  $C_D$  là hệ số ma sát đáy và được tính<sup>5</sup>:

$$C_D = \left[ \frac{\kappa}{\ln(\Delta/z_0)} \right]^2 \quad (23)$$

Với  $\Delta$  – khoảng cách từ mắt lưới đầu tiên tới đáy; và  $z_0$  – thông số nhám.

### Phương pháp giải

Các phương trình (1) - (3) được chúng tôi giải bằng phương pháp thể tích hữu hạn theo sơ đồ được cải tiến từ sơ đồ được giới thiệu trong tài liệu<sup>14</sup>. Trong sơ đồ mới này, các thành phần của lưu lượng  $\mathbf{q}$  và nồng độ bùn cát lơ lửng  $C$  được giải ẩn theo phương pháp "sigma" để gia tăng tính ổn định của lời giải.

**Hình 1** giới thiệu lưới tính của mô hình. Mực nước được tính tại các nút lưới. Lưu lượng  $\mathbf{q}$  được tính tại các cạnh của các phần tử, lưu lượng  $q_\sigma$  được tính tại các nút lưới ở khoảng giữa các lớp còn nồng độ bùn cát lơ lửng được tính tại các nút lưới ở ngay từng lớp. Thứ tự giải các phương trình như sau:

- **Bước 1:** Giải phương trình (2) tính lưu lượng  $\mathbf{q}$  ở thời điểm  $n+1/2$ .
- **Bước 2:** Giải phương trình (1) tính mực nước  $\eta$  ở thời điểm  $n+1$
- **Bước 3:** Tính lưu lượng  $q_\sigma$  ở thời điểm  $n+1/2$ .
- **Bước 4:** Giải phương trình (3) tính nồng độ bùn cát lơ lửng  $C$  ở thời điểm  $n+1$
- **Bước 5:** Giải phương trình (4) tính cao độ đáy  $z_b$  ở thời điểm  $n+1$

#### a) Bước 1

Phương trình (2) được tích phân trên thể tích kiểm soát của cạnh ict (Hình 1a) ở lớp  $k$ :

$$\int_{\delta\sigma_k S} \int \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} dS d\sigma + \int_{\sigma_k S} \int \nabla_\sigma [\mathbf{q}\mathbf{U} - DA_H \nabla_\sigma \mathbf{U}] dS d\sigma + \int_{\delta\sigma_k S} \int \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ q_\sigma \mathbf{U} - \frac{A_V}{D} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \sigma} \right] dS d\sigma = \int_{\delta\sigma_k S} \int (-gD \nabla_\sigma \eta + D\mathbf{F}) dS d\sigma \quad (24)$$

Sau khi sai phân số hạng đạo hàm theo thời gian, (24) đưa tới phương trình:

$$\left( \mathbf{q}_k^{n+1/2} - \mathbf{q}_k^{n-1/2} \right) \frac{\Delta V_k}{\Delta t} + Flux_k \left( \mathbf{U}^{n-1/2} \right) + \left( J_{k+1}^{n+1/2} - J_k^{n+1/2} \right) = \mathbf{r}_k^n \Delta V_k \quad (25)$$

Trong đó

$$\Delta V_k = \delta\sigma_k S \quad (26)$$

$$J_{k+1} = \frac{S}{D} \left[ q_\sigma \mathbf{q} - \frac{A_V}{D} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \sigma} \right]_{k+1/2} \quad (27)$$

$$Flux_k(\mathbf{U}) = \delta\sigma_k \oint_L \left[ \mathbf{q}_n \mathbf{U} - DA_H \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial n} \right] dl \quad (28)$$

$$\mathbf{r}_k = D(-g \nabla_\sigma \eta + \mathbf{F})_k \quad (29)$$

Các số hạng  $Flux_k(\mathbf{U})$  và  $\mathbf{r}_k$  sẽ được ước tính bằng các phép tích phân số và sai phân. Riêng số hạng  $J_{k+1}$  sẽ được nội suy và sai phân thành:

$$J_{k+1} = -A_{T_{k+1}}'' \mathbf{q}_{k+1} + A_{P_{k+1}}'' \mathbf{q}_k \quad (30)$$

Trong đó  $A_{T_{k+1}}''$  và  $A_{P_{k+1}}''$  được xác định tùy theo sơ đồ nội suy. Riêng tại đáy và mặt thoáng, điều kiện biên sẽ được sử dụng để tính  $J$ . Thay (30) vào (25), ta được phương trình cuối cùng:

$$-A_{S_k} q_{k-1}^{n+1/2} + A_{P_k} q_k^{n+1/2} - A_{N_k} q_{k+1}^{n+1/2} = \mathbf{Src}_k \quad (31)$$

Trong đó:

$$A_{P_k} = \frac{\Delta V_k}{\Delta t} + \left( A_{P_{k+1}}'' + A_{T_k}'' \right) \quad (32)$$

$$A_{T_k} = A_{T_{k+1}}'' \quad (33)$$

$$A_{S_k} = A_{P_k}'' \quad (34)$$

$$\mathbf{Src}_k = \frac{\Delta V_k}{\Delta t} \mathbf{q}_k^{n-1/2} - Flux_k \left( \mathbf{U}^{n-1/2} \right) + \Delta V_k \cdot \mathbf{r}_k^n \quad (35)$$

Trên mỗi thủy trực ta sẽ thiết lập được một hệ  $n_z$  phương trình (31) chứa  $n_z$  ẩn số mà sau khi giải ta sẽ có  $n_z$  nghiệm  $\mathbf{q}_k$  ( $k=1, n_z$ ) tại cạnh ict trên các lớp.

#### b) Bước 2

Để tính mực nước  $\eta$ , phương trình liên tục (1) được tích phân trên phương  $\sigma$  trên toàn bộ chiều sâu. Kết quả ta thu được:

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \sum_k (\delta\sigma_k \nabla_\sigma q_k) = 0 \quad (36)$$

(36) sau đó được tích phân trên diện tích kiểm soát của nút C (Hình 1a), từ đó ta được:

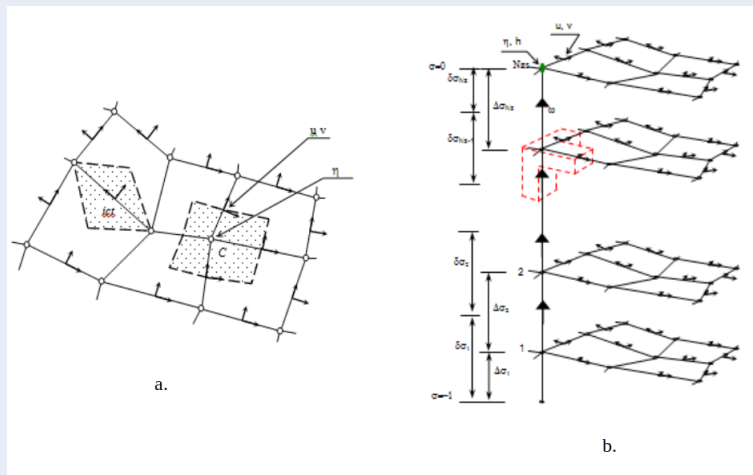
$$\frac{\partial D_C^{n+1/2}}{\partial t} = -\frac{1}{S} \sum_k \left( \delta\sigma_k \sum_j q_{nkj}^{n+1/2} L_j \right) \quad (37)$$

Từ (37), độ sâu và mực nước tại nút C được tính:

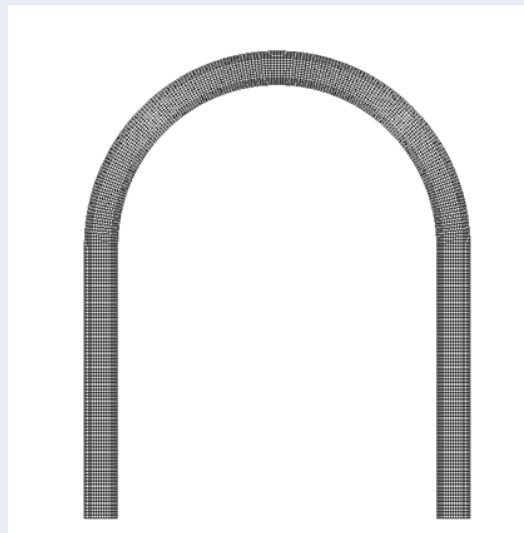
$$D_C^{n+1} = D_C^n + \frac{\partial D_C^{n+1/2}}{\partial t} \Delta t \quad (38)$$

$$\eta_C^{n+1} = z_b + D_C^{n+1} \quad (39)$$

#### c) Bước 3



**Hình 1:** Lưới tính trên mặt bằng và các lớp lưới tính theo phương thẳng đứng. a. Trên mặt bằng; b. Trên phương thẳng đứng



**Hình 2:** Lưới tính mô hình 3D.

Để tính lưu lượng đơn vị trên phương  $\sigma$ , phương trình liên tục (1) được tích phân trên thể tích kiểm soát ở nút C tại lớp k:

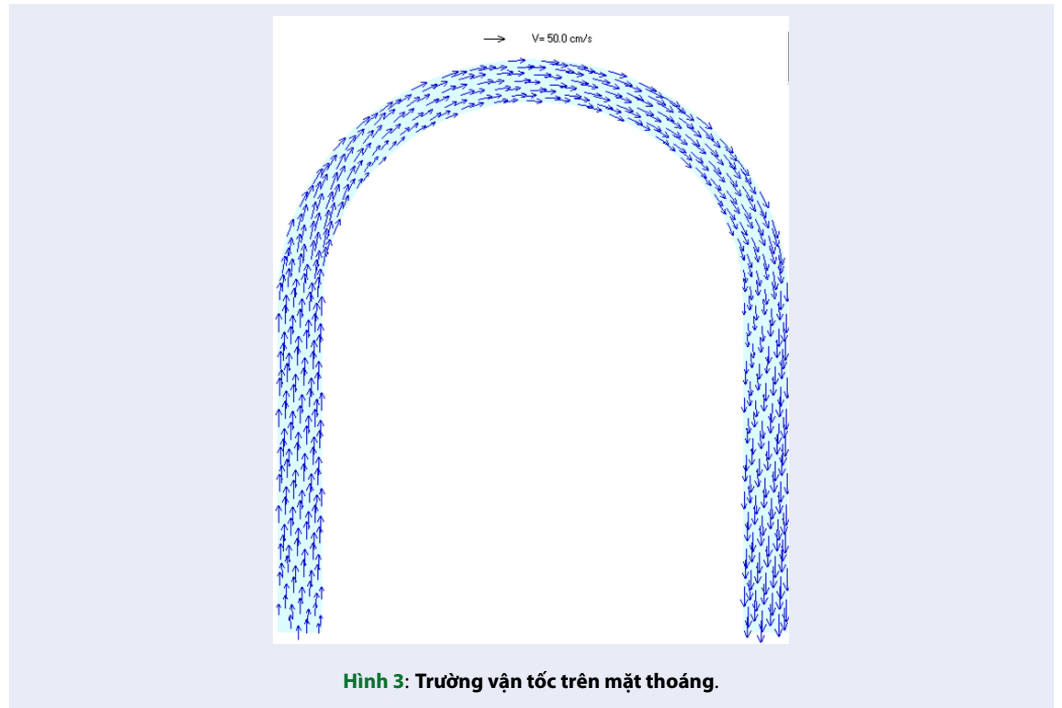
$$\int_S \int_{\delta\sigma_k} \frac{\partial D}{\partial t} d\sigma dS + \int_S \int_{\delta\sigma_k} \nabla_{\sigma} q d\sigma dS + \int_S \int_{\delta\sigma_k} \frac{\partial q_{\sigma}}{\partial \sigma} d\sigma dS = 0 \quad (40)$$

$$q_{\sigma k+1}^{n+1/2} = q_{\sigma k}^{n+1/2} - \delta\sigma_k \frac{\partial D_C^{n+1/2}}{\partial t} - \frac{\delta\sigma_k}{S} \sum_j q_{nkj}^{n+1/2} L_j \quad (41)$$

Các tích phân được ước tính bằng các tích phân số và sau đó sai phân theo thời gian ta được lời giải cho  $q_{\sigma}$

Lưu ý là tại đáy  $q_{\sigma_1}^{n+1/2} = 0$

**d) Bước 4**



Hình 3: Trường vận tốc trên mặt thoáng.

Phương trình (3) được tích phân trên thể tích kiểm soát tại nút C ở lớp k:

$$\int_S \int_{\delta\sigma_k} \frac{\partial qc}{\partial t} d\sigma dS + \int_S \int_{\delta\sigma_k} \nabla_{\sigma} [qC - HD_H \nabla_{\sigma} C] d\sigma ds + \int_S \int_{\delta\sigma_k} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ q_{\sigma} C - \frac{D_V}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right] d\sigma d$$

$$S = \int_S \int_{\sigma_k} DS_C d\sigma dS$$

Sau khi sai phân số hạng đạo hàm theo thời gian (42) đưa tới phương trình:

$$\frac{\Delta V_k}{\Delta t} (q_{C_k^{n+1}} - q_{C_k^n}) + Flux_k(C^n) + (J_{k+1}^{n+1} - J_k^{n+1}) = \Delta V_k \cdot D^{n+1} (r - s C_k^{n+1})$$

Trong đó:

$$\Delta V_k = \delta\sigma_k \cdot S$$

$$J_{k+1}^{n+1} = S \left[ q_{\sigma} C - \frac{D_V}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right]_{k+1/2}^{n+1}$$

$$Flux_k(C^n) = \delta\sigma_k \int_S \nabla_{\sigma} \left[ q^{n+1/2} C^n - HD_H \nabla_{\sigma} C^n \right]_k dS$$

Số hạng  $Fux_k(C^n)$  sẽ được ước tính bằng các phép tích phân số và sai phân còn số hạng  $J_{k+1}$  sẽ được nội suy và sai phân thành:

$$J_{k+1} = -A_{T_{k+1}}'' C_{k+1} + A_{P_{k+1}}'' C_k$$

Trong đó  $A_{T_{k+1}}''$  và  $A_{P_{k+1}}''$  được xác định tùy theo sơ đồ nội suy. Tại đáy và mặt thoáng, điều kiện biên sẽ được sử dụng để tính J. Thay (50) vào (46), ta được phương trình cuối cùng:

$$-A_{S_k} C_{k-1}^{n+1} + A_{P_k} C_k^{n+1} - A_{N_k} C_{k+1}^{n+1} = Src_k$$

Với

$$A_{P_k} = \left( \frac{1}{\Delta t} + s \right) \Delta V_k D^{n+1} + (A_{P_{k+1}}'' + A_{T_k}'')$$

$$A_{r_k} = A_{T_{k+1}}''$$

$$A_{s_k} = A_{P_k}''$$

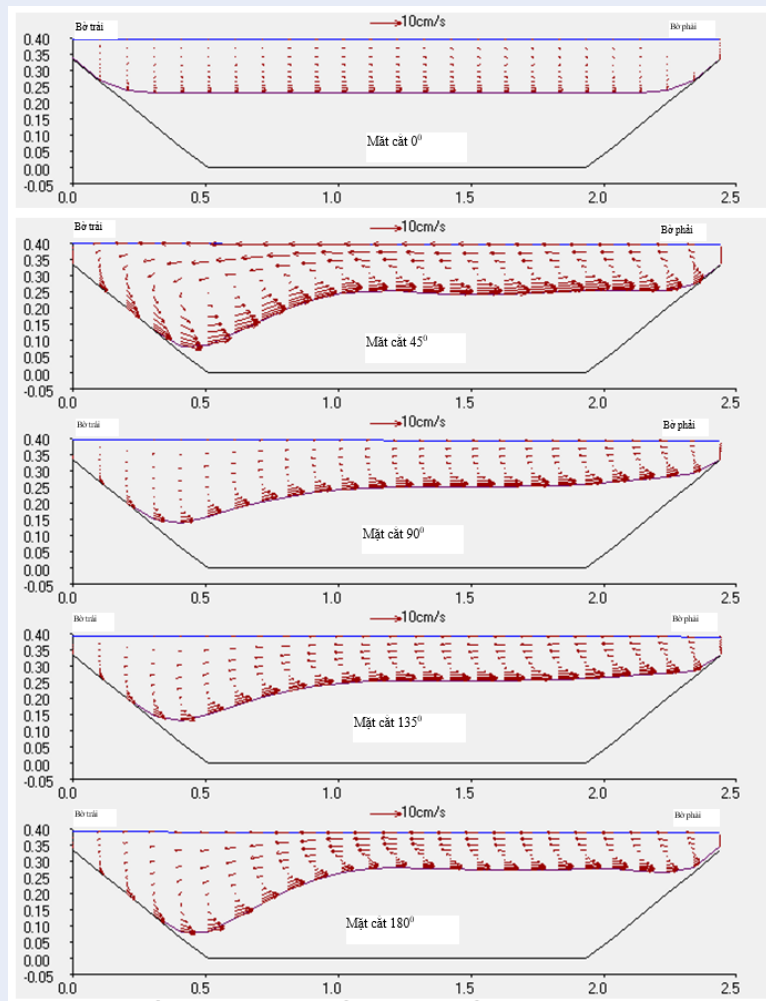
$$Src_k = \Delta V_k \left( \frac{D^n}{\Delta t} C_k^n + r \cdot D^{n+1} \right) - Flux_k(C^n)$$

Trên mỗi thủy trực ta sẽ thiết lập được một hệ nz phương trình (48) chứa nz ẩn số mà sau khi giải ta sẽ có nz nghiệm  $q_C$  ( $k=1, nz$ ) ở nút C trên các lớp ở thời điểm  $n+1$ .

#### e) Bước 5

Để tính biến đổi đáy, phương trình (4) được tích phân trên diện tích kiểm soát của nút C (Hình 1a):

$$(1 - P) \rho_C \int_S \frac{\partial z_b}{\partial t} dS + \int_S \frac{\partial (bc_b)}{\partial t} dS + \int_S \nabla q_b dS = \int_S (D_b - E_b) dS$$



Hình 4: Vận tốc trên mặt phẳng mặt cắt ở các góc cong khác nhau.

Sau khi sai phân số hạng đạo hàm theo thời gian, (53) đưa tới phương trình:

$$(1 - P) \rho_C \frac{z_b^{n+1} - z_b^n}{\Delta t} + DC + Flux(q_b) = (D_b - E_b) S \quad (54)$$

Trong đó

$$DC = \frac{S}{\Delta t} [(bc_b)^{n+1} - (bc_b)^n] \quad (55)$$

$$Flux(q_b) = \int_L q_{b_n} dl \quad (56)$$

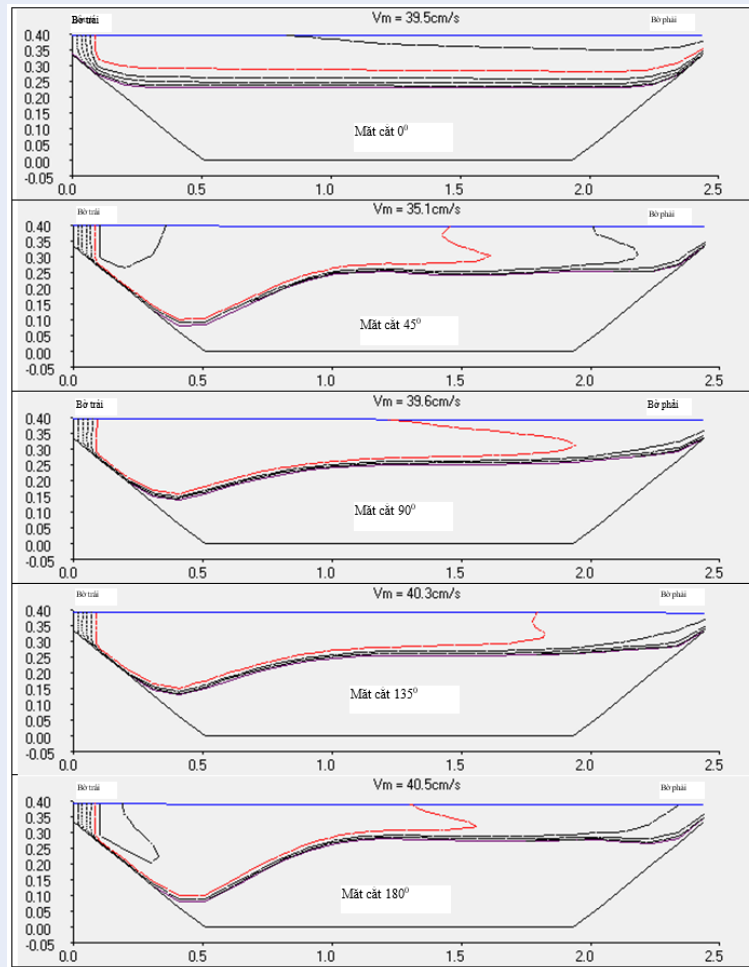
Từ (54) ta có cao độ đáy ở nút C ở thời điểm n+1:

$$z_b^{n+1} = z_b^n + \frac{\Delta t}{(1 - P) \rho_C} [(D_b - E_b) S - DC - Flux(q_b)] \quad (57)$$

## TÍNH TOÁN THỬ NGHIỆM

### Vận tải bùn cát trong kênh cong 180°

Odgaard và Bergs<sup>4</sup> có một nghiên cứu bằng thực nghiệm dòng chảy và vận tải bùn cát trong một kênh cong. Bài toán này cũng đã được Wu và các tác giả tính toán bằng mô hình toán 3D<sup>3</sup>. Kênh gồm một đoạn cong 180°, bán kính trung bình 13,11m và 2 đoạn kênh thẳng dài 20m dẫn vào và ra (Hình 2). Mặt cắt ngang kênh hình thang, đáy rộng 1,44m và mặt thoáng rộng 2,44m. Đáy kênh được phủ một lớp cát dày 23cm với đường kính trung bình 0,3 mm. Nước và cát trôi theo dòng chảy được bơm đưa trở lại đầu kênh trong một hệ thống tuần hoàn khép kín với lưu lượng 0,153m<sup>3</sup> /s. Sau khi đáy kênh biến đổi đạt tới trạng thái ổn định, địa hình đáy kênh đã được đo đạc. Để đánh giá phương pháp phát triển trong bài báo mô hình toán 3D cho kênh của Odgaard và Bergs đã được



**Hình 5: Vận tốc vuông góc với mặt cắt ở các góc cong khác nhau.**

xây dựng. Trên mặt bằng, đoạn cong 180° được chia thành 180×16 phần tử còn mỗi đoạn kênh dẫn vào và ra được chia thành 80×16 phần tử (Hình 2). Mô hình có 11 lớp theo phương thẳng đứng. Địa hình đáy của mô hình được lấy theo hình dạng của kênh cứng hình thang và điều kiện ban đầu là kênh đã bị bồi 23cm tương ứng với lớp cát phủ ban đầu trong thí nghiệm của Odgaard và Bergs.

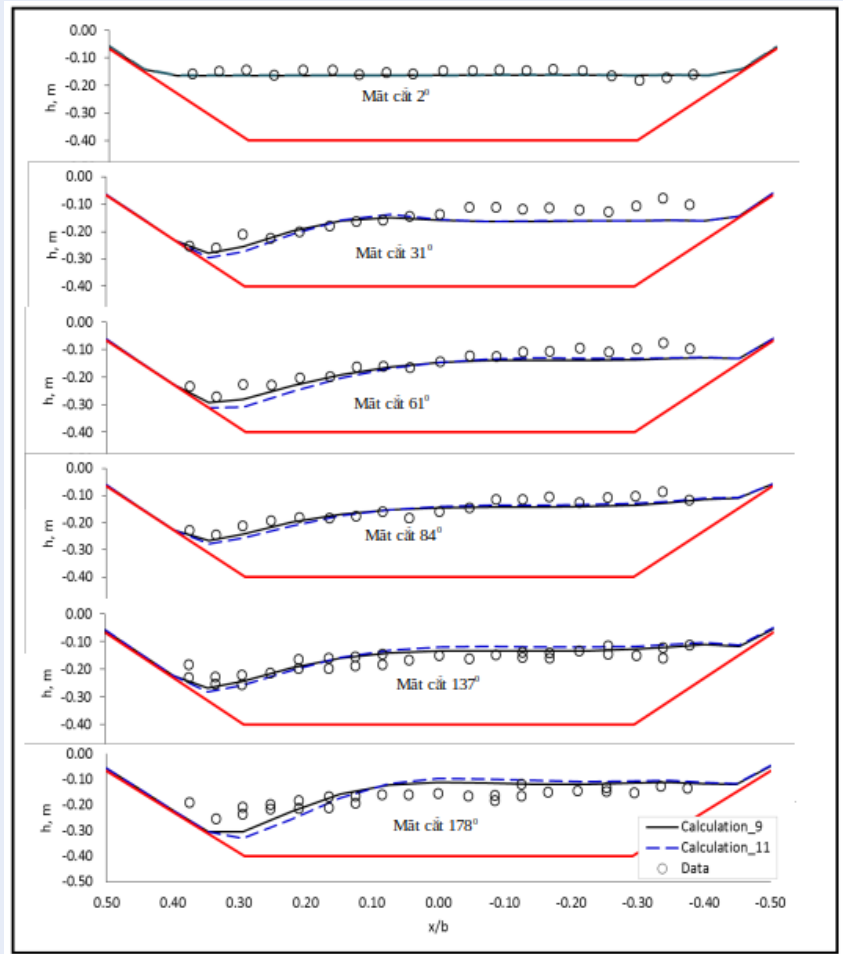
Đầu vào của kênh được áp đặt điều kiện biên lưu lượng  $Q=0,153m^3/s$  và nồng độ bùn cát lơ lửng tương ứng với lưu lượng bùn cát ra ở mặt cắt cuối kênh 3,7g/m/min như đã được ghi nhận trong thí nghiệm của Odgaard và Bergs. Điều kiện biên mực nước ở cuối kênh được áp đặt sao cho độ sâu trong kênh khoảng 15cm như trong thí nghiệm.

Tính toán cho thấy sau khoảng 9 giờ kể từ thời điểm ban đầu địa hình đáy kênh gần như không còn thay đổi. Hình 3 giới thiệu trường vận tốc trên mặt nước sau khi đáy kênh đã ổn định còn Hình 4 và Hình 5

giới thiệu trường vận tốc tại một số mặt cắt kênh ở các vị trí khác nhau. Các hình cho thấy xoáy thứ cấp trong kênh đã được tái hiện một cách rõ ràng. Hình 6 giới thiệu kết quả tính diễn biến đáy kênh sau khi đã ổn định. Đường liền là đáy kênh sau 9 giờ còn đường đứt đoạn là đáy kênh sau 11 giờ. Kết quả tính toán khá phù hợp với số liệu thí nghiệm của Odgaard và Bergs.

### Vận tải bùn cát khu vực Cù Lao Phố trên sông Đồng Nai

Sông Đồng Nai khu vực Cù lao Phố từng có một dự án san lấp lấn sông. Mô hình 2D đã được sử dụng để nghiên cứu dự báo khả năng diễn biến bồi xói khu vực<sup>15,16</sup>. Tuy nhiên trong bài toán này mô hình 2D là không đủ tin cậy do không có khả năng tính toán mô phỏng các dòng thứ cấp phát sinh do địa hình lòng sông phức tạp, đặc biệt là ở khu vực đầu Cù lao Phố.



**Hình 6:** Địa hình đáy kênh tính toán (đường liền và đứt nét) và thí nghiệm (chấm tròn).

Đây chính là bài toán dành cho mô hình 3D. Để đánh giá phương pháp tính 3D phát triển trong bài báo trong bài toán thực tế, một tính toán thử nghiệm dòng chảy và quá trình bùn cát cho đoạn Cù lao Phố đã được thực hiện.

**Hình 7** giới thiệu lưới tính của mô hình. Trên mặt bằng, đoạn sông được chia thành 7261 phần tử. Số phần tử theo chiều ngang sông trên nhánh chính là 16, còn trên nhánh phụ là 8. Kích thước của các phần tử khoảng 16 - 25 m. Mô hình có 5 lớp. Lưới tính này là khá mịn, đủ để mô phỏng chi tiết cấu trúc dòng chảy khu vực nghiên cứu. Địa hình đáy mô hình được tham khảo từ số liệu của Viện Khoa học Thủy lợi miền Nam khảo sát năm 2008<sup>16</sup>. Địa hình đáy của mô hình cũng được giới thiệu trên **Hình 8**.

Để giải quyết vấn đề điều kiện biên thủy lực, mô hình được tích hợp vào mô hình hệ thống sông Đồng Nai xây dựng bằng phần mềm F28<sup>17</sup>, kế thừa từ kết quả nghiên cứu<sup>18</sup>. Mô hình hệ thống sông Đồng Nai này

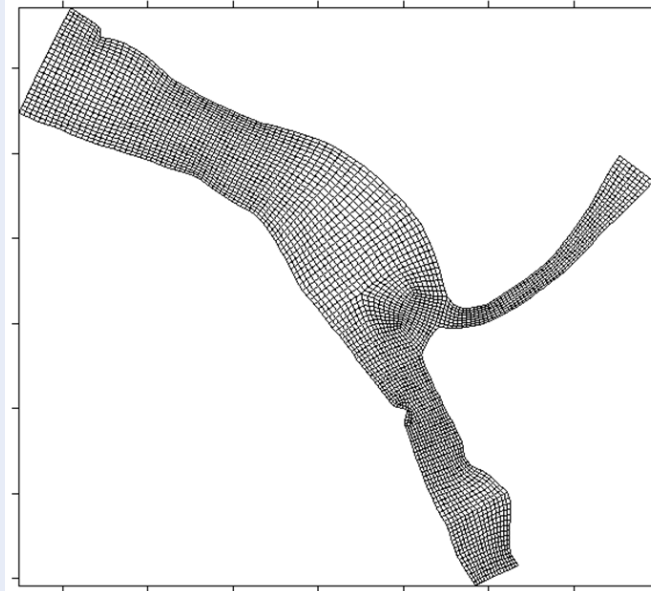
đã được hiệu chỉnh kỹ với khoảng 10 bộ số liệu thực đo.

Điều kiện biên bùn cát cho mô hình 3D được áp đặt một cách độc lập ngay tại các mặt cắt biên. Theo kết quả khảo sát của Viện Khoa học Thủy lợi Miền Nam<sup>16</sup>, nồng độ bùn cát lơ lửng tại khu vực này vào khoảng 30 - 40 mg/l. Giá trị này đã được dùng làm điều kiện biên.

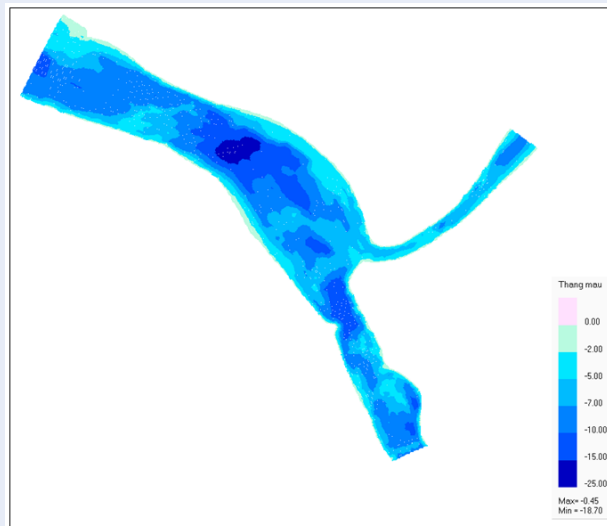
Vật liệu đáy sông khu vực làm mô hình không đồng nhất. Giữa dòng là cát mịn tới thô trong khi ở gần bờ là bùn. Tuy nhiên do hạn chế của phương pháp, mô hình chỉ có khả năng tính với một loại vật liệu đáy. Vì vậy trong nghiên cứu này vật liệu đáy được xem là cát mịn với  $d_{50} = 0,35\text{mm}$  tương ứng với đường kính hạt trung bình ở khu vực.

Bước thời gian tính được lấy khá nhỏ,  $\Delta t = 0,6\text{s}$ , để đảm bảo điều kiện ổn định. Mặc dù bước thời gian tính nhỏ nhưng tốc độ tính toán vẫn khá tốt. Trên máy PC Core i5-3,2GHz, một giờ máy tính tính mô





Hình 7: Lưới tính mô hình 3D khu vực Cù Lao Phố.

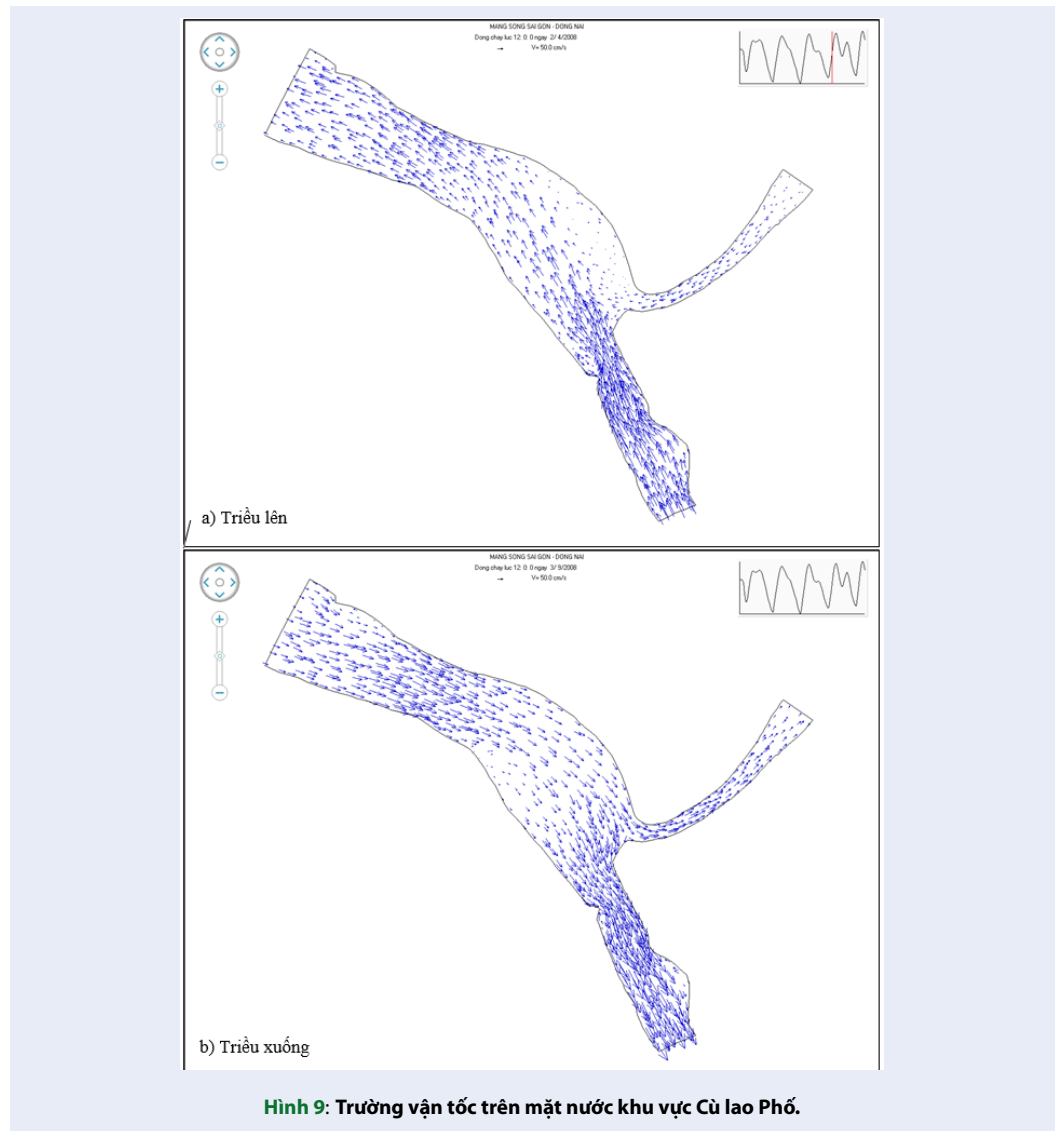


Hình 8: Địa hình đoạn sông Đông Nai khu vực Cù lao Phố (đơn vị thang màu: mét).

phòng được khoảng 8 giờ.

Thông thường, mô hình toán trước khi sử dụng sẽ phải được hiệu chỉnh. Đặc biệt nếu nghiên cứu là nhằm đưa ra bức tranh chi tiết và tin cậy về vận tải bùn cát ở Cù lao Phố thì hiệu chỉnh mô hình sẽ là điều bắt buộc. Tuy nhiên mô hình 3D Cù lao Phố này sẽ không được hiệu chỉnh mà các thông số của mô hình được xác định theo kinh nghiệm. Trong tính toán thông số nhám được lấy  $z_0 = 0,01\text{mm}$ , đường kính hạt trung

bình  $d_{50} = 0,35\text{mm}$ , tỷ trọng hạt  $\delta = 0,65$ , độ thô thùy lực  $w_{s0} = 5,19\text{cm/s}$  và độ rỗng  $P = 0,2$ . Điều này là có thể chấp nhận vì các khó khăn về số liệu đo đạc và vì mục tiêu của bài báo là phát triển một phương pháp tính toán vận tải bùn cát trong điều kiện lòng dẫn phức tạp và mô hình Cù lao Phố chỉ là minh chứng về khả năng ứng dụng vào thực tế của phương pháp. Tính toán mô phỏng đã được thực hiện cho 1 tháng mùa lũ năm 2008. Hình 9 giới thiệu kết quả tính



**Hình 9:** Trường vận tốc trên mặt nước khu vực Cù lao Phố.

trường vận tốc trên mặt nước đặc trưng tại khu vực cù lao Phố lúc triều lên và lúc triều xuống. Phân bố vận tốc tại một số mặt cắt ngang lúc triều xuống vào thời gian lũ cũng được giới thiệu trên **Hình 10** và **11**. Vị trí các mặt cắt được giới thiệu trên **Hình 12**.

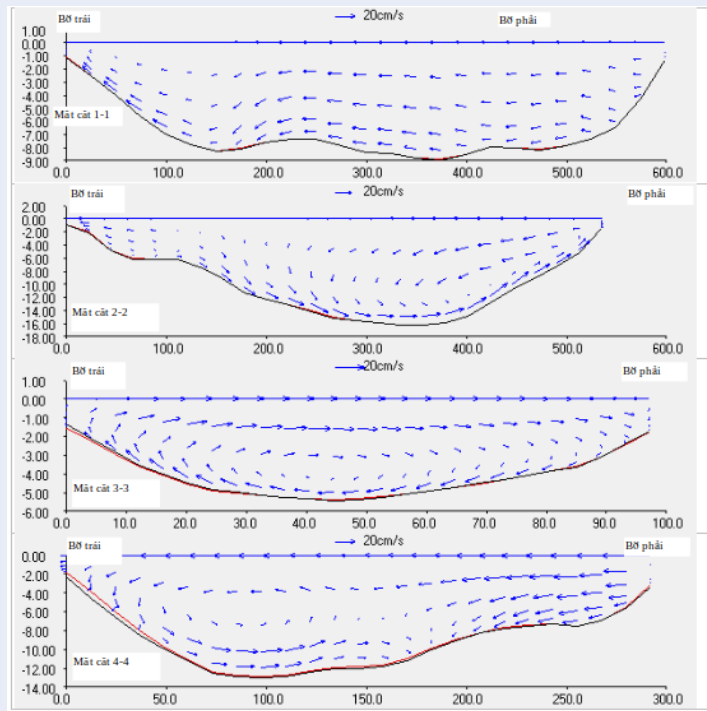
Độ bồi xói khu vực đầu Cù lao Phố được giới thiệu trên **Hình 13**. Để thấy rõ hơn bức tranh bồi xói tại khu vực, ta có thể xem một vài lát cắt. **Hình 14** giới thiệu phân bố vận tốc và biến đổi cao độ đáy tại các lát cắt 5-5 và 6-6. Vị trí các lát cắt này được chỉ ra trên **Hình 13**.

Lát cắt 5 – 5 cho thấy rõ các mô ngấm bị dòng chảy bào mòn và di chuyển dần về hạ lưu. Trong khi đó lát cắt 6 - 6 lại cho thấy cấu trúc 3D của dòng chảy ở đầu cù lao. Có một xoáy ngang xuất hiện ở đầu cù lao và xoáy này mang bùn cát từ chân cù lao ra ngoài. Xoáy

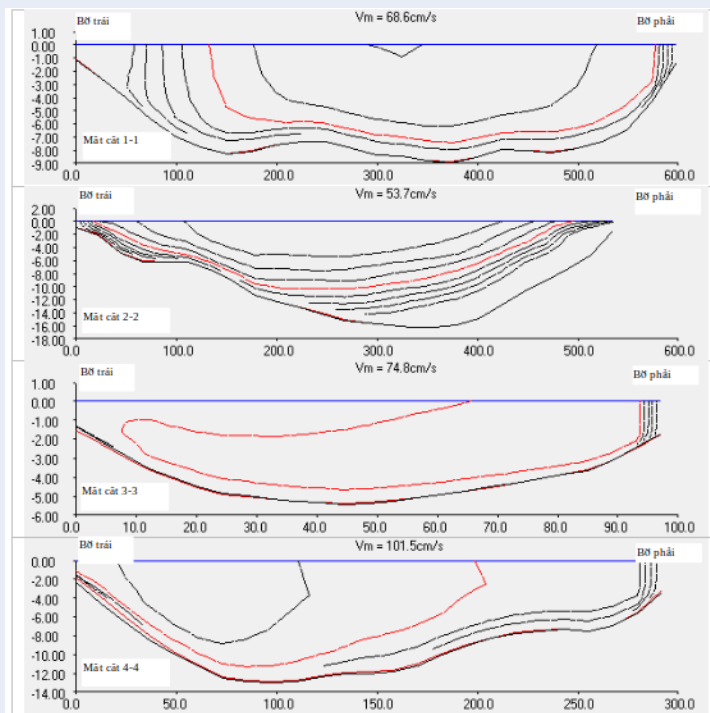
này là một trong các nguyên nhân chính làm cho đầu cù lao bị xói mạnh. Khả năng mô phỏng các dòng thứ cấp này cũng chính là ưu thế của mô hình 3D trước mô hình 2D.

## KẾT LUẬN

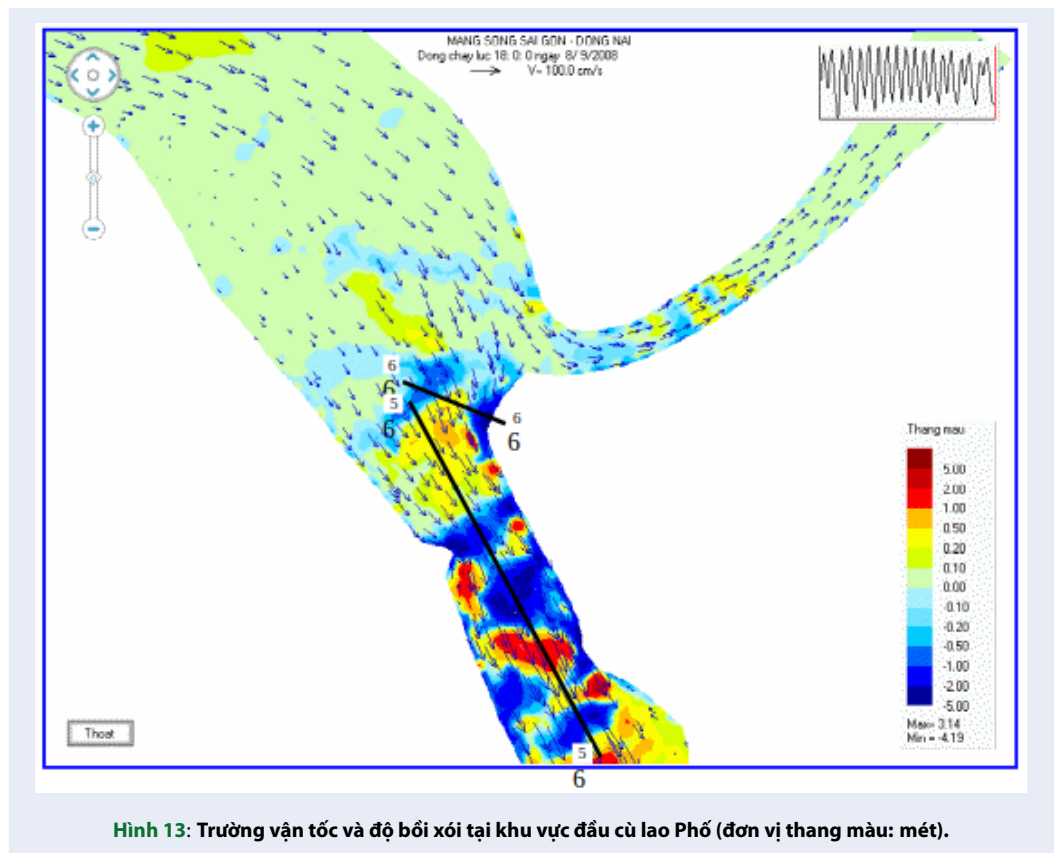
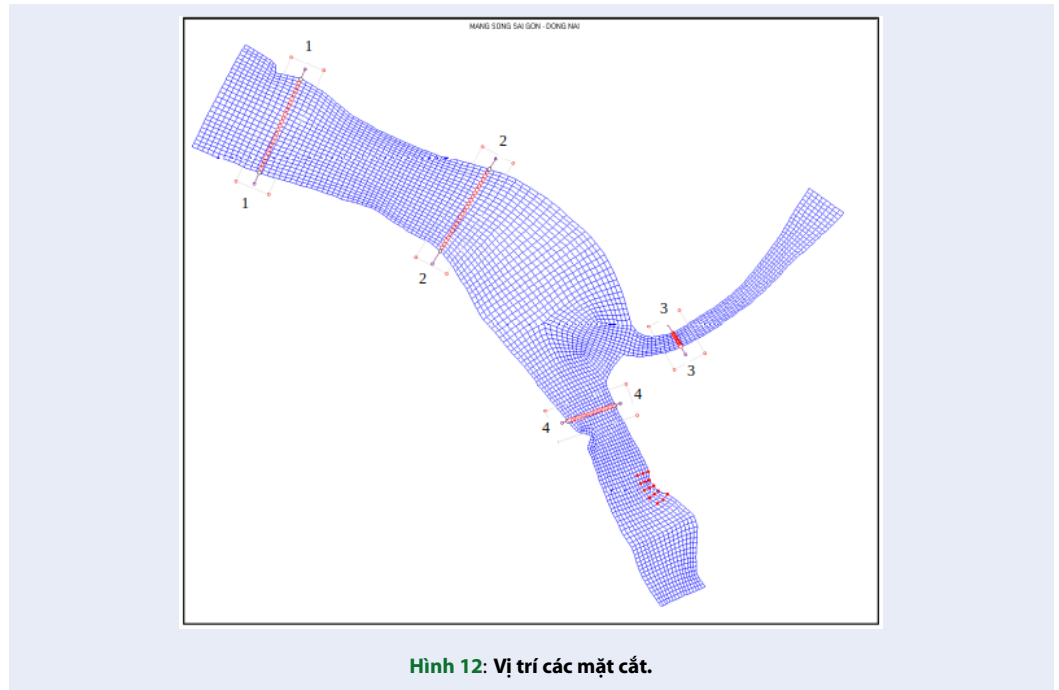
Bài báo đã trình bày một phương pháp tính toán dòng chảy và vận tải bùn cát, biến hình lòng dẫn 3D. Các phương trình vi phân cơ bản được giải bằng phương pháp thể tích hữu hạn trên lưới tính phi cấu trúc phần tử tứ giác. Kết quả tính toán kiểm tra với số liệu thực nghiệm cho thấy phương pháp cho lời giải hợp lý và khá chính xác. Bên cạnh đó việc tính toán trường hợp diễn biến lòng dẫn khu vực Cù lao Phố cũng cho thấy phương pháp cho kết quả phù hợp quy luật và hoàn toàn có thể sử dụng trong nghiên cứu thực tế.

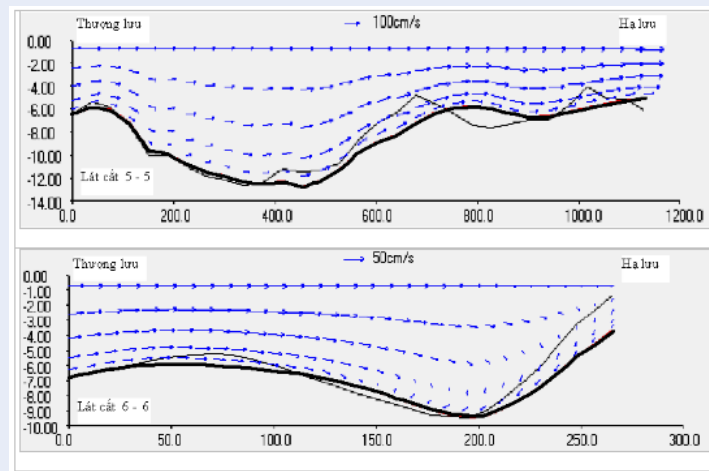


Hình 10: Vận tốc trên mặt phẳng mặt cắt vào mùa lũ tại các vị trí khác nhau.



Hình 11: Vận tốc vuông góc với mặt cắt vào mùa lũ tại các vị trí khác nhau.





**Hình 14:** Phân bố vận tốc và biến đổi đáy tại các lát cắt (đường màu đen nhạt: đáy sông ban đầu; đường màu đen đậm: đáy sông sau một tháng).

## XUNG ĐỘNG LỢI ÍCH

Nhóm tác giả cam đoan rằng không có xung đột lợi ích trong công bố bài báo “Mô hình tính toán dòng chảy và vận tải bùn cát ba chiều trong sông và kênh hồ”.

## ĐÓNG GÓP CỦA TÁC GIẢ

Tác giả Lê Song Giang xây dựng thuật toán của mô hình và viết chương trình tính toán.

Tác giả Trần Thị Mỹ Hồng tính toán các bài toán mẫu.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Rijn LCV. Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas. Aqua Publications. 1993;p. 690–690.
- Lin B, Falconer RA. Falconer Three-dimensional layer integrated modelling of estuarine flows with flooding and drying. Estuar Coast Shelf Sci. 1997;44:737–751.
- Wu W, Rodi W, Wenka T. 3D numerical modeling of flow and sediment transport in open channel. J Hydraul Eng. 2000;126(1):4–15. Available from: [10.1061/\(ASCE\)0733-429\(2000\)126:1\(4\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-429(2000)126:1(4)).
- Odgaard AJ, Bergs MA. Flow processes in a curved alluvial channel. Water Resour. 1988;Res., 24(1):45–56. Res. Available from: [10.1029/WR024i001p00045](https://doi.org/10.1029/WR024i001p00045).
- Ahsan AKMQ, Blumberg AF. Three-dimensional hydrothermal model of Onondaga Lake, New York. J Hydraul Eng. 1999;125(9):912–923. Available from: [10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1999\)125:9\(912\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:9(912)).
- Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations. I: The Basic Experiment. Monthly Weather Rev. 1963;91:99–164.
- Kolmogorov AN. Equations of turbulent motion of an incompressible fluid. Equations of turbulent motion of an incompressible fluid Izvestia Academy of Sciences, USSR. 1942;6(2 and 2):56–58. Physics.
- Prandtl L. Uber ein neues formelsystem fur die ausgebildete turbulenz. Nacr Akad Wiss Gottingen, Math-Phys. 1945;p. 6–19.
- Davies AM, Gerritsen H. An intercomparison of three-dimensional tidal hydrodynamic models of the Irish sea. Tellus. 1994;46:200–221.
- Rijn JV. Hydraul Eng., ASCE, Vol. 110 (11), p. 1613-1641; 1984b.
- Rijn JV, Eng. Hydraul Eng., ASCE, Vol. 110 (10), p. 1431-1456. ASCE; 1984a.
- Hayter EJ, Mehta AJ. Modelling cohesive sediments transport in estuarine waters. Applied Mathematical Modelling. 1986;51:765–778.
- Krone RB. Flume studies of the transport of sediment in estuarine shoaling processes. In: Final report to San Fransico District U.S. Army Corps of Engineers. Washington D.C; 1962.
- Hồng TTM. Lê Song Giang. Một sơ đồ tính toán dòng chảy sông, biển 3 chiều trên lưới tính phi cấu trúc. Tuyển tập Công trình Hội nghị khoa học Cơ học Thủy khí toàn quốc lần thứ 20. 2017; tr. 335-343; 2017.
- Cty cổ phần ĐT-KT-XD Toàn Thịnh Phát. Báo cáo đánh giá tác động môi trường dự án cải tạo cảnh quan và phát triển đô thị ven sông Đồng Nai, quy mô 8,4ha tại phường Quyết Thắng, Tp. Biên Hòa, tỉnh Đồng Nai; 2014.
- Viện Khoa học Thủy lợi miền Nam. Đánh giá tác động dòng chảy sông Đồng Nai đoạn từ cầu Hóa An đến cầu Ghềnh thuộc thành phố Biên Hòa. Tp. Hồ Chí Minh, tháng 10 năm. ; 2009.
- Giang LS. Development of an integrated software for calculation of urban flood flow. Report B2007-20-13TĐ. VNU-HCM; 2011.
- Giang LS. Nghiên cứu đề xuất lựa chọn chiến lược quản lý ngập lụt thích hợp trên cơ sở các dự án đã, đang và dự kiến triển khai tại Tp.HCM. Báo cáo khoa học tổng kết đề tài; 2017.

# 3D numerical modeling of flow and sediment transport in rivers and open channels

Le Song Giang\*, Tran Thi My Hong

## ABSTRACT

Numerical model is a useful tool in studying the flow and sediment transport, change in river bed and is built on solving governing differential equations. Numerical model has many different levels and three-dimensional model is the highest level, allowing detailed simulation of flow and sediment transport process in 3D space. The paper presents a method calculating three - dimensional flow and sediment transport in the open channel. Water level and flow velocity are solved from three-dimensional equations with hydrostatic hypothesis. Concentration of suspended sediment, bottom sediment and bottom evolution is solved from transport equations. The governing differential equations in the "sigma" transform coordinate system are solved by finite volume method on unstructured grid of quadrilateral elements. Boundary condition of water level or flow will be imposed on open boundary. For suspended sediment concentrations in the injected phase, suspended sediment concentrations are applied and the outflow phase applies free drainage conditions. This method of calculation was tested with the problem of curved channel sediment transport which was studied experimentally by Odgaard and Bergs. Calculation results are quite consistent with the measured data. In order to test the practical applicability, this method is also tested with the problem of sediment transport in Cu lao Pho islet on Dong Nai river. To solve the matter of hydraulic boundary condition of this problem, the model of Cu lao Pho islet is integrated into the Sai Gon - Dong Nai river system model. Results of the calculation of the river bed evolution of the Cu lao Pho islet on the Dong Nai river also show that this calculation method gives results consistent with the rule and can be used in practical research.

**Key words:** 3D model, sediment transport, unstructured grid, the "sigma" coordinate

---

Ho Chi Minh City University of  
Technology, VNU-HCM

## Correspondence

**Le Song Giang**, Ho Chi Minh City  
University of Technology, VNU-HCM

Email: lsgiang@yahoo.com

## History

- Received: 06-11-2018
- Accepted: 30-5-2019
- Published: 22-6-2019

## DOI :

<https://doi.org/10.32508/stdjsee.v3i1.508>



## Copyright

© VNU-HCM Press. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International license.



**Cite this article :** Giang L S, Hong T T M. **3D numerical modeling of flow and sediment transport in rivers and open channels.** *Sci. Tech. Dev. J. - Sci. Earth Environ.*; 3(1):23-36.